**Praktijk \ theorie = houtje touwtje. Praktijk zonder theorie is gelijk aan houtje-touwtje**


Gromicho Dos Santos, J.A.



2011

# **Praktijk \ theorie = houtje-touwtje**

*Praktijk zonder theorie is gelijk aan houtje-touwtje*

*prof.dr. Joaquim António dos Santos Gromicho*

*Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het ambt van bijzonder hoogleraar Applied Optimization in Operations Research vanwege de Stichting Het Vrije Universiteitsfonds bij de faculteit der Economische Wetenschappen en Bedrijfskunde van de Vrije Universiteit Amsterdam op 17 november 2011.*

*vrije* Universiteit *amsterdam*

Mijnheer de Rector Magnificus, zeer geachte toehoorders,

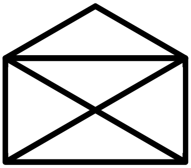
Met het uitspreken van deze rede wil ik vandaag, omgeven door u allen, het ambt van hoogleraar aanvaarden waarin ik de bijzondere leerstoel *Applied Optimization in Operations Research* bekleed die onder het curatorium van de Stichting Het Vrije Universiteitsfonds staat.

Een redevoering geeft me als hoogleraar de gelegenheid om voor een breed en geïnteresseerd publiek drie kwartier lang mijn visie te schetsen over mijn vakgebied, en in het bijzonder de door mij beklede leerstoel. We zullen zien dat het een combinatie is van modellen, stellingen, bewijzen en algoritmes. Ik zal u vertellen wat elk van die kreten inhoudt. En ook wil ik u iets vertellen over mijzelf.

Mijn leerstoel luidt in het Nederlands: Toegepaste Optimalisatie in de Mathematische Besliskunde.

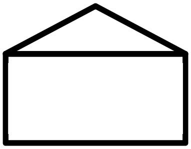
De naam van mijn leerstoel zal bij de meesten een bepaalde mate van herkenning oproepen: het gaat blijkbaar om het toepassen van iets mathematisch om optimale beslissingen te nemen. Een ieder die dat verwacht zit dicht bij de kern van waar het inderdaad om gaat.

Een combinatie van praktijk en theorie is dus op zijn plaats. De oplettende toehoorder heeft gezien dat de titel van mijn rede mijn mening onthult over de mate waarin theorie en praktijk gecombineerd dienen te worden.

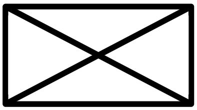


Om mij te helpen uitleggen wat ik bedoel wil ik u uitnodigen terug naar uw jeugd te gaan en terug te denken aan een voor ieder bekende puzzel: teken een envelop, zoals hiernaast, zonder de pen van het papier te halen en ook zonder dat een lijn dubbel wordt getekend.

Het zal u ongetwijfeld wel lukken, bijvoorbeeld zoals ik het in mijn presentatie nu doe.

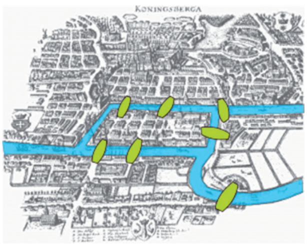


Wellicht verrast het u te horen dat dit een voorbeeld is van een vrij fundamentele wiskundige puzzel voor mijn vakgebied. Ik zal dit nader toelichten, maar eerst wil ik vragen of de manier waarop de envelop getekend is uitmaakt voor het wel of niet kunnen doen van wat ons gevraagd is.



Lukt het ook met de dichte envelop hier links? Of met de envelop hier rechtsboven, waar de plaklijnen niet te zien zijn? Waarom wel, of juist waarom niet? En kunnen we het van tevoren weten of een figuur op zo'n wijze getekend kan worden?

Ik wil u wel het antwoord op al deze vragen geven, en dat op een bijzondere manier: door samen met u de magische kracht van de wiskunde op te roepen.




Maar eerst een nog ouder verhaal. Laten we nog verder dan uw jeugd terug in de tijd gaan. Deze keer naar de Baltische stad Koningsbergen (nu Kaliningrad) van de XVIII$^{\text{de}}$ eeuw.

De adel van die stad had toen een favoriet tijdverdrijf: het zoeken naar een wandeling die precies één maal liep over elke brug die de rivier Pregel kruiste. De 7 bruggen van toen zijn er nog steeds zoals in de vorige plaatjes te zien is.

Omdat we niet in Koningsbergen maar in Amsterdam zijn, kunnen we helaas niet naar buiten lopen om proefondervindelijk de puzzel op te lossen. We zouden wel de wandeling kunnen proberen na te doen met een pen op een van de twee plaatjes uit de vorige pagina. Hiermee is de relatie met de envelop puzzel ook duidelijk: het gaat om dezelfde soort vraag.

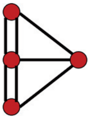
Stel nu dat u gehoor zou hebben gegeven aan de oproep van Post NL en dat u deeltijd postbezorger was geworden. Dan zou u ook graag zulke puzzels willen kunnen oplossen voor uw dagelijkse routes: elke straat waar u post voor heeft precies één keer bewandelen.

Praktische vragen van variërend belang. Gelukkig bestaat hiervoor een solide en afdoende theorie. En die theorie is juist ontstaan als antwoord op de vraag of de 7 bruggen van Koningsbergen eenmalig gekruist konden worden in één wandeling.

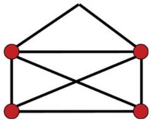
De Zwitserse wiskundige Leonhard Euler besloot die vraag te beantwoorden en in 1736 deed hij dat, maar hij deed toen in feite veel meer dan dat alleen.

Met elegantie en eenvoud formuleerde hij toen een stelling en gaf het daarbij behorende bewijs. Hij had echter daarvoor iets nodig: een model. Met een model bedoelen we niet de mooie mensen die de glamourbladen goed doen verkopen, maar de mooie abstracties die de magische kracht van wiskunde toepasbaar maken.

Het model waar we het hier over hebben heet een graaf. Een graaf is een verzameling lijnen en punten. De lijnen verbinden de punten met elkaar, elke lijn raakt twee punten aan. De lijnen worden de kanten en de punten de knopen van de graaf genoemd.



Hier zien we twee nu goed herkenbare grafen: links de zeven bruggen van Koningsbergen en rechts de envelop uit onze jeugd. Onze taak is nu een wandeling door de graaf te vinden die alle kanten gebruikt en elke kant precies een keer.



De stelling van Euler luidt: *gegeven een verbonden graaf bestaat er een Euleriaanse wandeling als, en alleen als, het aantal knopen met oneven graad 0 of 2 is. Als het 0 blijkt te zijn dan is de wandeling een tour die begint en eindigt op dezelfde knoop*.

Wat hierboven wordt beweerd is pas een stelling als het ook bewezen is. Dat gaan we nu samen doen.

Denk aan een wandeling door de graaf. We beginnen op een knoop en nemen een van de kanten die daar aankomt om naar een andere knoop te gaan. Daar aangekomen nemen we weer een kant om verder te gaan, enzovoort. De knopen die we bezoeken behoren tot een van drie categorieën: of het is de eerste knoop van de wandeling, of een tussenknoop of de laatste. Voor alle tussenknopen geldt dat we erin komen via één kant en eruit gaan via een andere, omdat we immers geen kant mogen herhalen.

Hieruit volgt dat het aantal kanten dat een tussenknoop raakt (de graad van de knoop) een veelvoud van 2 moet zijn, ofwel een even aantal. Enkel de eerste en de laatste knoop kunnen een oneven graad hebben. Voor de eerste geldt dat er één kant meer wordt gebruikt om de knoop te verlaten dan om er naar toe te gaan, en voor de laatste geldt dat er één keer meer naar toe wordt gegaan dan

verlaten. Als de eerste knoop ook de laatste blijkt te zijn, dan is er geen verschil tussen die knopen en de tussenknopen en moet de graad dus even zijn.
Dit deel van het bewijs nam het bestaan van een Euleriaanse wandeling (of tour) aan. En het bewees dus het 'alleen als' deel van de stelling. Rest ons te bewijzen dat, indien de graaf aan de regels voldoet, zo'n wandeling inderdaad bestaat. Om het eenvoudig te houden zullen we beide gevallen verenigen, door in het geval van 2 knopen met oneven graad deze te verbinden met een nieuwe, rechtstreekse, kant. We zullen een tour vinden en in het geval dat we een kant hebben toegevoegd, door daarna deze weer te verwijderen, een wandeling maken beginnend in een van de twee knopen en eindigend op de andere.

Neem zo'n graaf en begin op een willekeurige knoop. Neem een kant en ga door totdat alle kanten zijn bewandeld of totdat u terug bent gekomen op uw vertrekknoop en niet verder kunt omdat er geen onbewandelde kant meer bestaat die de knoop verlaat. Een van de twee mogelijkheden moet het worden, gegeven onze veronderstellingen over de graaf. Als alle kanten zijn bewandeld dan bent u klaar. Zo niet, neem een van de bezochte knopen met nog niet bewandelde kanten en begin daar opnieuw. Herhaal tot alle kanten zijn bewandeld. Daarna is het eenvoudig de deelwandelingen tot een enkele wandeling samen te voegen.

Hier is de kracht van wiskunde op veel manieren te zien: door de kanten op elke knoop te tellen, en te onthouden hoeveel knoppen met oneven graad er zijn geweest, weten we of een graaf Euleriaans is. Een neveneffect is de naamsonsterfelijkheid: zulke grafen, wandelingen en touren worden nu voor altijd Euleriaans genoemd.

Er zijn nog meer wonderen te zien. Deze stelling is het begin geweest van de zogenoemde grafentheorie. Aan deze theorie zijn inmiddels honderden nieuwe stellingen toegevoegd. Bovendien, elke zichzelf respecterende universitaire opleiding mathematische besliskunde bevat op zijn minst een inleiding in de grafentheorie.

Ook een wonder is dat de stelling geldt zonder dat zo'n wandeling of tour gevonden moet worden: het geeft een eenvoudig toetsen of een graaf Euleriaans is, zonder te eisen dat een oplossing wordt gevonden.

Echter, het bewijs onthult een efficiënt stappenplan (een algoritme) om een oplossing te vinden waar nodig en mogelijk. Dat heet een constructief bewijs.

Het laatste wat ik hierover wil opmerken is dat, nu de spelregels van zulke puzzels duidelijk zijn geworden, het ook mogelijk is verder te gaan: hoe maken we op de goedkoopste manier een graaf Euleriaans als die het oorspronkelijk niet is. Dat is nodig om onze postbodes die de pech hebben in een niet Euleriaanse graaf te moeten wandelen op weg te kunnen sturen.

Neem onze twee grafen. Die van de 7 bruggen is niet Euleriaans omdat elk van de 4 knopen een oneven graad heeft, terwijl de graaf van de envelop wel Euleriaans is (enkel 2 van de 4 knopen hebben een oneven graad). We zien ook dat het voldoende is een willekeurige nieuwe kant aan de 7 bruggen graaf toe te voegen. Door voor die extra kant degene met de laagste kosten te kiezen lossen we het postbode-probleem op. Als we een tour willen in plaats van een wandeling, dan is het weer voldoende nog een kant toe te voegen om alle knopen een even graad te geven.

Het vinden van die extra kanten met de laagste totale kosten is altijd mogelijk, en we weten hoe dat moet door de theorieën van een hedendaags wiskundige, de Canadees Jack Edmonds. Hij heeft ons geleerd de zogenaamde koppelingsproblemen oplossen. En nee, ik heb het hier niet over de rijvaardigheid in handgeschakelde auto's…

Dankzij de grafentheorie van Leonhard Euler en een bekende Nederlandse wiskundige, de Rotterdammer Edsger Dijkstra, kunnen we hedendaagse praktische hebbedingen gebruiken als vervanging van het ouderwetse stratenboek: de navigatiesystemen.

Die slimme apparaten lossen voor ons een wiskundige puzzel op, het kortste-pad probleem.

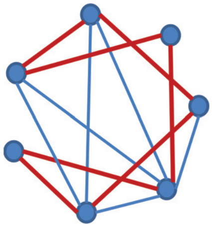
Dat doen ze ook met een algoritme. Het algoritme van Dijkstra, dat ook het resultaat is van een constructief bewijs van een stelling, werkt zoals ik het u in mijn presentatie laat zien.

Postbode-routes en kortste paden zijn dus nu gesneden koek voor elk van ons… twee heel praktische optimalisatieproblemen die optimaal zijn opgelost omdat er een solide wiskundige theorie voor ontstond.

Er zijn ook problemen waarvoor de theorie nog niet tot zulke uitblinkers van optimaliteit kan komen.

Stel nu dat we niet elke *kant* van een graaf precies één keer willen bezoeken, maar juist elke *knoop*. Dat is belangrijk voor deur-aan-deur verkopers, en dat is dan ook de reden waarom zulke vragen bekend staan als het handelsreiziger probleem.

Dit probleem werd de passie van een andere wiskundige uit de XIX$^{de}$ eeuw: de Ier Sir William Hamilton.



Ook zijn naam werd vereeuwigd in de grafentheorie: een graaf is Hamiltoniaans als er een wandeling bestaat die alle knopen precies één keer bezoekt. Helaas is op deze vraag geen afdoend antwoord gevonden zoals voor de Euleriaanse graaf.

De mensheid kent geen manier om efficiënt te toetsen of een graaf een Hamiltoniaanse graaf is. En, het mag dus direct duidelijk zijn, hetzelfde geldt daarmee ook voor het vinden van een Hamiltoniaanse wandeling of tour, indien die bestaan.

Wat de wiskunde wel kon bewijzen is dat er een categorie van problemen bestaat die even moeilijk is als deze. Al die problemen lijken moeilijker dan de eerste twee uit deze rede, en andere daarmee vergelijkbare. Het Amerikaanse Clay Mathematical Institute heeft een beloning van een miljoen dollar uitgeloofd voor degene die kan bewijzen dat de twee categorieën gelijk zijn of niet.

Een 'ja' antwoord zou betekenen dat er een efficiënt toetsen bestaat voor het weten of een graaf Hamiltoniaans is, we kennen deze toets alleen nog niet. Een 'nee' antwoord zou betekenen dat er geen computerprogramma geschreven kan worden dat zo'n toets met zekerheid kan berekenen binnen een afzienbare tijdsduur.

Aan het begin van het millennium zijn in totaal zeven van deze beloningen van een miljoen dollar uitgeloofd voor zeven open vragen van de wiskunde. Voor één van de zeven, de bewering van Poincaré, is sinds kort de oplossing bekend en het miljoen is toegekend aan de rus Grigoriy Perelman. De andere zes millennium vragen, waaronder of het beslissen of een graaf Hamiltoniaans is even moeilijk is als beslissen of deze Euleriaans is, blijven nog open.

Juist omdat die vraag open blijft, kunnen we onbezorgd handelen via het internet. Als uw *browser* door middel van het bekende slotje pictogram aangeeft dat er een veilige verbinding is gemaakt met de computer van uw tegenpartij, dan is dat omdat beide programma's een puzzel -die net zo complex is als het beslissen of een graaf Hamiltoniaans is- aan elkaar kunnen voorleggen die met de huidige wiskundige kennis door niemand anders binnen afzienbare tijd opgelost kan worden. Was dat wel zo, dan kon de lijn afgeluisterd worden en lagen uw creditcard gegevens op straat.

Elke alumnus van een opleiding mathematische besliskunde is dus in principe in staat wiskundige puzzels, zoals we vandaag hebben gezien, in hun pure vorm te herkennen en waar mogelijk optimaal op te lossen. Merk op dat het efficiënt optimaal kunnen oplossen van zo een puzzel een fragiele eigenschap is. Kortste paden zijn makkelijk, langste paden zijn moeilijk. Waren die makkelijk dan konden we beslissen of een graaf Hamiltoniaans is.

Echter is de praktijk minder puur. Daarom heeft de afdeling Econometrie drie leerstoelen die samenwerken om onze alumni Econometrie en Operations Research van solide kennis te voorzien om de praktijk aan te kunnen.

Centraal staan de solide theorieën, onderwezen vanuit de leerstoel Operations Research van collega Prof. dr. Stougie. Hij is ook een specialist in de complexiteitstheorieën achter die miljoen dollar vraag.

Het feit dat bedrijfsprocessen in de regel vermengingen zijn van complexe problemen staat centraal voor de leerstoel Bedrijfseconometrie van collega Prof. dr. Timmer.

Mijn leerstoel berust op de solide theorieën van Operations Research in de brede zin (waar veel meer dan alleen grafen zijn te vinden) en focust op technieken die de complexiteit van bedrijfsprocessen aankunnen.

Samen met de leerstoelen Operations Research en Bedrijfseconometrie vormt mijn leerstoel dus een krachtige driehoek die onze alumni net een stap verder brengt dan de doorsnee alumni waar we het eerder over hadden.

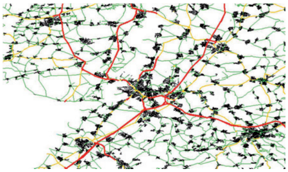
Laat ons - om u een beeld te geven van hoe zelfs simpele bedrijfsprocessen verschillende beslissingen combineren - een verzameling adressen nemen waar een pakketbezorger langs moet gaan. Let hierbij op dat, anders dan een postbode, een pakketbezorger niet elk adres in een straat bezoekt. Het probleem is dus dat van het bezoeken van knopen (losse adressen) en niet het bewandelen van kanten (straten).

Het vinden van een volgorde voor die adressen, dusdanig dat de afgelegde afstand minimaal is, blijkt net zo moeilijk te zijn als het beslissen of een graaf Hamiltoniaans is. Er zijn wel snelle algoritmes die geen optimale oplossing garanderen, maar wel vaak een goed oplossing kunnen vinden. Zulke algoritmes worden heuristieken genoemd. Ze hebben echter een volledige tabel van onderlinge afstanden nodig.

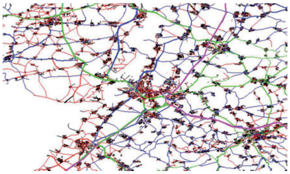
Voordat we de juiste volgorde voor die adressen kunnen zoeken hebben we dus de afstanden tussen al die te bezoeken adressen onderling nodig. Stel dat uw navigatie-systeem één seconde nodig heeft om de afstand van het ene adres tot een ander te vinden en we willen 300 adressen bezoeken. Dan is pas na iets meer dan 24 uur de volledige tabel van afstanden berekend en dan pas kunnen we beginnen de route op volgorde te leggen.

Voor algemene grafen is het algoritme van Dijkstra niet substantieel sneller te maken.

Voor de grafen waarmee wegennetwerken worden gemodelleerd gelukkig wel. Dominik Schultes, een jonge Duitse wiskundige, heeft ons de theorieën van highway hiërarchieën gebracht. Gebruikmakend van de fundamentele stellingen van de kortste paden, zoals bewezen door Dijkstra, kon hij een systeem bedenken waarbij de *segmenten* van een wegennetwerk geclassificeerd kunnen worden op een manier die gegarandeerd optimale routes levert, op een veel snellere wijze dan rechtstreeks via de methode van Dijkstra.



Hiernaast twee figuren met verschillende classificaties van hetzelfde kaartdeel, rond Karlsruhe waar Dominik Schultes promoveerde in 2008. In de eerste figuur komen de wegencategorieën voor zoals we ze kennen: snelweg, nationale weg, enzovoort.



In het tweede figuur de categorieën die aan de eigenschappen van Dijkstra voldoen. Door er met de tweede bril naar te kijken kunnen kortste paden in verbluffende snelheid worden berekend. En ook de volledige afstandstabellen. Onze tabel van 300x300 afstanden rolt in minder dan 5 seconden uit een programma dat het algoritme van Dr. Schultes gebruikt.

Het is wel belangrijk op te merken dat een algoritme dat redeneert zoals wij doen, en probeert snelwegen zo snel mogelijk te gebruiken voor lange afstanden, wellicht ook snel kan rekenen, maar zulks zelden optimaal doet. Onze dagelijkse ervaring met navigatiesystemen is dat die ons ook vaak verrassen met routes die blijken sneller te kunnen. Dat geldt niet voor de methode van Dr. Schultes: die is altijd optimaal.

Uiteraard, als ik het over de reissnelheid wil hebben dan moet ik aannemen dat de geschatte snelheid klopt en er geen verkeersopstoppingen bestaan. Stel nu dat we rekening willen houden met trends in opstoppingen, zoals wegen die tijdens de spits altijd langzamer zijn. Dan wordt de reistijd tussen adres A en B afhankelijk van het vertrekmoment op A en dus de volgorde. Het probleem kan niet meer worden opgelost door twee gescheiden fases te hanteren: eerst de afstanden- of rijtijdentabel berekenen en dan de volgorde bepalen.

Hetzelfde geldt voor problemen waar orders over meerdere ritten worden verdeeld. Gegeven de toewijzing is er per set een optimale route te vinden, al is dat wel bewezen een complexe materie te zijn. Maar het is niet duidelijk hoe de optimale verdeling gemaakt kan worden zonder dat de routekosten worden berekend. Het is een kip-of-ei probleem, dat de overgrote meerderheid van de bedrijfs- en planningsprocessen typeert. En in de regel blijft het niet bij twee soorten beslissingen zoals in dit simpele voorbeeld.

Hier komen decompositietechnieken goed van pas. Voorbeelden hiervan zijn kolomgeneratie technieken. Dit krachtige framework gaat uit van enkele belangrijke aannames over de beslissingsonderdelen, zoals dat de totale kosten van een oplossing de som is van de delen, wat in het algemeen klopt voor onze voertuigroutes, voor zover deze onafhankelijk van elkaar zijn.

Veel recenter is een algoritmisch framework ontdekt dat voor algemene tensorfuncties een gegarandeerd (lokaal) optimum efficiënt kan berekenen. Deze methode maakt geringe aannames over de eigenschappen van de modellen en werkt even goed voor elk aantal deelbeslissingen. Dit zogenoemde Maximale Blok Verbeteringstechniek wordt in 2012 gepubliceerd in het prestigieuze

*SIAM Journal on Optimization*. Hiermee is het mogelijk steeds realistischer vermengingen van pure modellen te optimaliseren.

Zulke krachtige en vaak moderne technieken zijn belangrijk in mijn onderzoek en komen regelmatig voor in mijn onderwijs. Ik laat bijvoorbeeld 2$^{de}$ jaars Bachelor studenten kolom generatie algoritmes ontwerpen, implementeren en toetsen met *benchmark* instanties. Vooral het zelf doen is belangrijk. Zoals de Angelsaksische wijsheid zegt: *The proof of the pudding is in the eating* ofwel 'de praktijk zal het leren'. Dat lukt mijn studenten wel, en maakt het mogelijk in het laatste Bachelorjaar en de Masterjaren veel verder in te gaan op het zich eigen maken van krachtige theorieën.

We hebben een indruk gekregen van wat toegepaste optimalisatie inhoudt, onder anderen dat het berust op theorieën ontstaan als antwoord op praktische vragen. Naast de grafentheorie is Lineair Programmeren ook een belangrijke theorie met een eigen algoritmiek technologie. Deze ontstond tijdens de Tweede Wereldoorlog als middel om planningsvragen te kunnen beantwoorden die essentieel waren voor de militaire operaties. Dit verklaart ook de Angelsaksische naam van het veld: Operations Research.

Van alle solvers beschikbaar om lineair programma's te kunnen oplossen (inclusief een moeilijkere variant waar sommige beslissingsvariabelen geheeltalige waardes moeten aannemen) heeft CPLEX™ zich weten te onderscheiden als de beste. Dit programma is geschreven door de amerikanse hoogleraar Robbert E. Bixby. Theorie en praktijk in één persoon. CPLEX heeft heel lang geen serieuze bedreiging gehad tot het ontstaan van Gurobi™, gemaakt door… Robbert Bixby nadat hij besloot CPLEX aan zijn nieuwe eigenaar IBM over te laten. Excellentie in het veld lijkt behoorlijk af te hangen van individuele talenten, wat niet verrassend is, omdat de Operations Research berust op verschillende en schaars voorkomende vaardigheden.

Een vaak voorkomende verwachting bij Operations Research studenten is dat het hun rol is om modellen te bedenken en iemand anders deze te laten bouwen. Zo een scheiding tussen theorie en praktijk is een mythe: theorie en praktijk zijn twee kanten van dezelfde medaille. Een belangrijke rol van een professor is zulke mythes en misvattingen uit de wereld te helpen.

Een universitaire opleiding is ook een stappenplan, een soort algoritme met als doel kennis, competenties en vaardigheden bij de studenten te ontwikkelen. Een bachelor is een 3 stappen plan, waarop een Master kan volgen wat in de opleidingen verzorgd door de afdeling Econometrie 2 jaar duurt. Per jaar zouden de studenten mijns inziens het volgende moeten kunnen:

1. De belangrijke theorieën van Operations Research begrijpen, inclusief de bewijzen van belangrijke stellingen. Ze moeten ook zelf stellingen kunnen bewijzen, en vanuit constructieve bewijzen algoritmes definiëren en deze kunnen programmeren.
2. Algoritmen voor vermengde modellen, bijvoorbeeld gebaseerd op kolomgeneratie, kunnen ontwerpen en implementeren, gebruikmakend van bestaande solvers. Dit betekent de theorie van verschillende decompositietechnieken begrijpen, met de nadruk op de voorwaardes die noodzakelijk zijn voor optimaliteit.
3. Kunnen kiezen uit verschillende soorten decompositietechnieken aan de hand van eigenschappen van het model.
4. Kunnen oordelen over de schaalbaarheid en flexibiliteit van modellen en algoritmes in het geval van veranderlijke bedrijfsprocessen en het maken van de juiste keuzes.
5. Een volledig traject kunnen bewandelen, beginnend bij het vertalen van business behoeftes in heldere concepten, het model domein kiezen – wat de architectuur van de oplossing bepaalt – dan het model in detail ontwerpen en het oplossingsalgoritme bouwen, en eindigend met het toepassen van de gevonden oplossingen in de praktijk.

Dit is de theorie, en het loopt ongetwijfeld tegen praktische moeilijkheden aan…

Nu nog iets over mijzelf. Ik ben geboren en getogen in Portugal en in Lissabon opgeleid tot Master in Statistiek en Operations Research. Daarna heb ik, als een van de laatste AIO's van Professor Alexander Rinnooy Kan, van zijn zeer inspirerende leiderschap mogen leren en mijn Doctorsgraad aan de Erasmus Universiteit Rotterdam behaald.

Na bijna twee jaar terug te zijn geweest op de Universidade de Lisboa als Universitair Docent, ben ik 15 jaar geleden teruggekeerd naar Nederland om bij mijn vriendin, nu mijn vrouw, te zijn en bij ORTEC te komen werken.

ORTEC is een uniek bedrijf waar solide theorieën worden toegepast om computersystemen te ontwerpen en te ontwikkelen waarmee de meest uiteenlopende bedrijfsprocessen worden geoptimaliseerd. Daar leid ik een research-en-development afdeling met een substantieel percentage academici, die in deeltijd verbonden zijn aan universiteiten of daar anderszins actief zijn, velen daarvan met een doctorsgraad in een relevant veld, zoals bij voorbeeld routeplanning rekening houdend met verkeersopstoppingen.

Ik heb vier jaar lang deel uitgemaakt van het bestuur van de Nederlands Genootschap voor Besliskunde en ben altijd actief geweest in het onderhouden van een wereldwijd onderzoeksnetwerk (mijn coauteurs bevinden zich in drie van de vijf werelddelen). Ook ben ik al sinds 10 jaar in deeltijd verbonden aan de Vrije Universiteit. Mijn meest recente academische activiteit is de deelname aan een nog lopende onderwijsvisitatie van universiteiten in Vlaanderen. Een belangrijke brugfunctie die ik vervul tussen theorie en praktijk is het hoofdredacteurschap van STAtOR, het vakblad voor Statistiek en Operations Research van Nederland.

Nog iets over de titel van deze rede. Praktijk zonder theorie is gelijk aan houtje-touwtje. Ik laat me door veel dingen verwonderen, en een daarvan is de Nederlandse taal, die vol beeldspraken is. Een voorbeeld is een houtje-touwtje, wat iedereen kent als een van de oudste manieren om kleding te sluiten. Het staat ook symbool voor een oplossing, maar dan wel een die voor verbetering vatbaar is. Het probleem 'hoe sluit ik mijn jas' werd blijkbaar niet afdoende met een houtje-touwtje sluiting opgelost, anders hadden we nooit knopen en knoopsgaten, ritssluitingen, drukknopen, klittenband, veters, haken en ogen en alle andere dagelijkse manieren gekregen om twee stukken kleding met elkaar te verbinden.

Wiskunde daarentegen vertelt ons wanneer een oplossing niet te verbeteren valt. Zo'n oplossing noemt men optimaal. Het leert ons ook wanneer het niet reëel is een optimale oplossing binnen afzienbare tijd te willen vinden. En wat men kan doen om een goede oplossing te vinden die met een grote variëteit van onderling afhankelijke nevenbeslissingen rekening houdt. Relevante wiskundige theorieën zijn onmisbaar voor solide oplossingen voor praktische Operations Research problemen. Praktijk zonder theorie zou houtje-touwtje oplossingen blijven genereren. Echter, veel belangrijke theorieën zijn in de praktijk geboren. De oude volkswijsheid 'eerst leren dan toepassen' geeft ook een suboptimale strategie. De juiste combinatie van theorie en praktijk zie ik als het doel van mijn leerstoel: niets is praktischer dan een goede theorie.

De oplettende toehoorder zou zich kunnen afvragen wat dan in mijn ogen theorie zonder praktijk is. Dat zie ik als een toga die altijd gesloten blijft. En, neem van mij aan, daar zitten haken en ogen aan…

Ik kan deze rede niet eindigen zonder een aantal mensen te bedanken. Ik begin bij mijn ouders, Maria Luíza en Joaquim, het kan niet anders, in hun midden ben ik ook begonnen. Ze zijn ook mijn eerste begeleiders geweest, beiden in de theorie en de praktijk. En ze hebben me alles gegeven waarop ik verder heb kunnen bouwen.

Dan volgt mijn lieve vrouw, Marlies. Van haar blijf ik veel leren, hoe hooggeleerd ik ook ben, en ontvang ik onvoorwaardelijke liefde, zelfs wanneer mijn bezigheden me zo bezig houden dat ik haar even niet de aandacht kan geven die ze verdient. En ze heeft me ook het hoogste geschenk gegeven dat ik ooit heb mogen ontvangen, onze lieve dochter Tina Luíza. Een wonder dat me tot ootmoedigheid brengt, elk moment van de dag.

Ik wil ook beide instellingen die me delen, ORTEC en de Vrije Universiteit, bedanken voor de middelen om praktijk en theorie continu te mogen blijven toepassen en ontwikkelen. En daarmee dank ik, al doe ik het niet bij naam, alle naaste collega's die me de eigenaardige professor laten zijn die ik ben geworden.

Ten slotte wil ik God de Heer danken voor alle kansen en mogelijkheden waarmee mijn wegen vol zijn bezaaid en voor het vermogen om zoveel daarvan te hebben kunnen plukken. Aan de Heer vraag ik alleen dat me genoeg wijsheid wordt gegeven om keuzes te kunnen maken, ik ben te snel geneigd alles te willen doen.

Ik heb gezegd.

# **Practice \ theory = shaky solutions**

*Practice without theory leads to shaky solutions*

*prof.dr. Joaquim António dos Santos Gromicho*

*Translation of the inaugural address delivered in Dutch as public acceptance of the position of endowed Professor of Applied Optimization in Operations Research under the trustees of the Stichting Het Vrije Universiteitsfonds at the Faculty of Economics and Business Administration of the VU University in Amsterdam on November 17, 2011.*

*vrije* Universiteit *amsterdam*

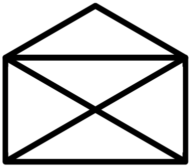
Esteemed Rector Magnificus, dear audience

By means of this address, embraced by the presence of you all, I officially and publically accept the position of professor of the endowed chair Applied Optimization in Operations Research held under the Trustees of the Stichting Het Vrije Universiteitsfonds.

This inaugural address gives me the opportunity to describe in three quarters of an hour my vision of my field of expertise, and in particular the Chair upholstered by me. We will see that this combines models, mathematical proofs, and algorithms. I'll tell you what each of those terms means. And I shall tell you something about myself as well.

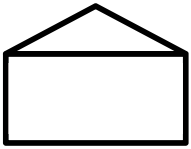
The name of my chair may lead you to guess that it applies mathematics to find optimal decisions. If this is what you expect, then you are quite close to the core of it.

A combination of theory and practice is paramount.

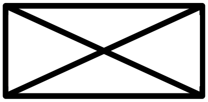


To help me explain, I invite you to go back to your childhood and think of a familiar puzzle: drawing an envelope as shown here without lifting the pen from the paper and without drawing twice the same line.

You will undoubtedly succeed, as you certainly did before.

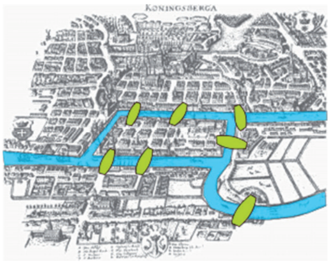


It may surprise you to hear that this is an example of a fairly important mathematical puzzle in my field of expertise. I will explain, but I first want to ask you whether you think that the way the envelope is drawn influences the ability to solve the puzzle.



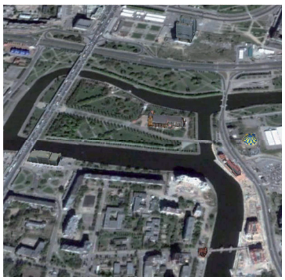
Can you also draw a closed envelope in this way? Or an envelope where the glue lines are not visible? Why yes or why not? And can we know in advance whether such a figure can be drawn?

I want to answer all these questions by unveiling the magical power of mathematics.



But first, let me tell you an even older story. Let's go further back than your youth: this time to the Baltic city of Konigsberg (now Kaliningrad) in the eighteenth century.

The nobility of that city had a favorite pastime: The search for a walk crossing every bridge over the river Pregel exactly once.



Because we are not in Kaliningrad but in Amsterdam, we cannot just walk out and solve this puzzle. We could however try to mimic the walk with a pen on a map of the city. The relationship with the envelope puzzle becomes clear: it's the same kind of question.

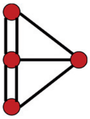
Suppose that you would respond to the advertisements of Post NL to become a part-time postman. In that case you would like to solve such puzzles for you daily routes: traverse exactly once every street you have post to deliver at.

These are practical questions of varying importance. Fortunately, there is a solid and satisfactory theory to answer them: and that theory happened to be created in response to the question whether each of the seven bridges of Königsberg could be crossed exactly once during a single walk.

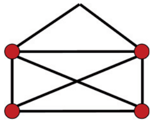
The Swiss mathematician Leonhard Euler decided to answer that question, and in 1736 he did so, but he actually did much more than that.

With elegance and simplicity, he formulated and proved a theorem. But he first needed something: a model. By a model we do not mean the beautiful people who help the selling of glamor magazines, but the wonderfull abstractions that unleash the magical power of mathematics.

The model we are talking about is called a graph. A graph is a collection of lines and points. The lines connect the points, each line reaches two points. The lines are called the 'edges' and points called the 'nodes' of the graph.



We can easily represent the seven bridges of Königsberg and the envelope from our childhood as graphs. Our task is now to find a walk using all edges, each of them exactly once, on such a graph.



Euler's theorem is: *given a connected graph there exists an Eulerian walk if and only if the number of odd nodes is 0 or 2. If it turns out to be 0 then the walk is a tour beginning and ending on the same node*.

What is said above remains a conjecture until proven, only then it becomes a theorem. Proving it is exactly what we will now do.

Think of a walk through the graph. We start on a node and take one of the edges, leading us to another node. Once there we take a new edge to continue, and so on. The nodes that we visit belong to one of three categories: it is the first node of the walk, an intermediate node or the last. We arrive at each intermediate node through one edge and leave through another, from where it follows that the number of edges touching that node (the degree of it) must be a multiple of 2, an even number. Only the first and last nodes can have an odd degree, since from the first there is an unmatched edge used to leave it, and the last has an unmatched edge used to eventually arrive at it. If the first and last nodes coincide then there is no difference between these and the intermediate nodes and all should have an even degree.

This part of the proof assumes the existence of an Eulerian walk (or tour). Thus proving the "only if" part of the theorem. It remains to prove that if the graph respects the theorem then such a walk indeed exists. For simplicity, we combine both cases into one by, in the case of two nodes with odd degree, connecting them with a new edge. We'll find a tour and, in the event that we have added an edge, by removing it we also find a walk starting on one of the two nodes and ending at the other.

Choose a node to start at and then take one edge leaving it and continue until all edges are used or you have returned to the starting node and can go no further since there are no unused edges leaving that node. One of the two cases must happen given our assumptions on the graph. If all edges are used then you are done. If not, take one of the nodes visited with edges not yet used and start again from it. Repeat until all edges are used. Now it is easy to merge the different loops into a single tour.

Here seems to be some kind of magic at work: by counting the edges touching each node and remembering how many nodes have been found with odd degree we know whether a graph is Eulerian. A side effect is name immortality: such graphs, walks and tours are now and forever known as Eulerian.

There are more wonders to admire. This theorem marks the beginning of the so called graph theory. This theory now includes hundreds of theorems. Moreover, every self-respecting University program teaching Operations Research includes at least an introduction to graph theory.

It is remarkable that the theorem provides a simple test for a graph to be Eulerian without requiring a solution to be found. However, the proof reveals an efficient algorithm to find a solution if one exists. This is a constructive proof.

Notice that the rules of these puzzles are now clear enabling to go even further: find the cheapest way to turn into Eulerian a graph that is not. This is necessary for our postman who has the misfortune of delivering post on a non Eulerian graph.

Take our two graphs. That of the seven bridges is not Eulerian because each of the four nodes has odd degree, while the graph representing the envelope is Eulerian (2 from the 4 nodes have odd degree). We also see that it suffices to add one new edge to the seven bridges graph. By choosing to edge with the lowest cost we solve the postman problem. If we want a tour instead of a walk it suffices to add another edge.

Finding those extra edges with the lowest total cost is always possible, and we know how thanks to the theories of a contemporary mathematician, the Canadian Jack Edmonds. He taught us how to solve so-called matching problems.

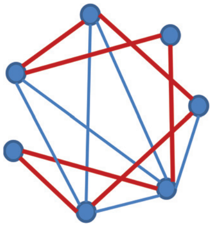
Thanks to the graph theory of Leonhard Euler and to a famous Dutch mathematician, Edsger Dijkstra, we now have practical gadgets as a replacement for the old-fashioned street guide: the navigation systems. These smart devices solve a mathematical puzzle for us, the shortest path problem.

They do this with an algorithm: Dijkstra's algorithm which is also the result of a constructive proof of a theorem.

Postman routes and shortest paths are now a piece of cake for each of us ... two very practical problems can now be solved optimally as a result of a solid mathematical theory.

There are also problems which the existing theory cannot solve optimaly in such a satisfactory way.

Suppose now that our goal is to visit each node of a graph exactly once. This is important for door to door salesmen, which is why this quest is nowadays known as the traveling salesman problem.



The problem of whether a graph includes such a route has been the passion of another mathematician of the nineteenth century: the Irishman Sir William Hamilton.

His name was also immortalized in graph theory: a graph is called Hamiltonian if a walk exists that visits all nodes. Unfortunately, this question received no satisfactory answer yet, unlike the Eulerian case. Mankind knows of no check that is efficient to test and able to tell us with certainty if any given graph is Hamiltonian. The same holds for finding a Hamiltonian walk or tour if existing.

Mathematics could prove the existence of a large and ever increasing class of problems as difficult as this one. And they all seem more difficult than the problems we first described. The Clay Mathematical Institute, in the United States of America, has offered a reward of one million U.S. dollars to those who can prove that the two classes are equal (meaning that an effective test exists to check if a graph is Hamiltonian, we just don't know it yet) or not (meaning that no program can guarantee performing such a check on a computer in an amount of time we are willing to wait for).

A total of seven awards of one million U.S. dollars were offered at the beginning of the millennium to those who would solve any of the seven selected open questions of mathematics. The Russian Grigoriy Perelman solved recently one of the seven, the conjecture of Poincaré. The other six remain open.

It is precisely because these two types of problems seem to have different complexity that we can trade unconcerned over the Internet. If your browser shows the well-known locker icon announcing a secure connection to the computer of your trading partner, then both programs share a solution to a puzzle that with the current mathematical knowledge nobody else will be able to find in a short period of time. Otherwise your credit card details would be visible to others.

Any Operations Research alumnus is able to solve mathematical puzzles as seen today, provided they appear in a pure form.

However, practice is less pure. Therefore, the Department of Econometrics has three related chairs working together to deliver alumni of Econometrics and Operations Research sound knowledge enabling them to handle practical problems.

Central is the Chair of Operations Research held by Prof. Dr. Stougie. He is also a specialist in the complexity theories behind that millennium problem mentioned before.

The fact that businesses in general combine several complex problems receives important attention from the Chair of Business Econometrics of Prof. Dr. Timmer.

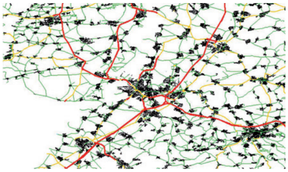
My chair is based on the sound theories from Operations Research (including much more than just graphs) and focuses on techniques for tackling the compound complexity of business. Together with the Chairs of Operations Research and Business Econometrics my chair provides our alumni with a sound background in applying optimization techniques from operations research in practice.

Take a set of addresses that a parcel delivery service must visit. We are interested in the sequence of addresses that yields the smallest travelled distance.

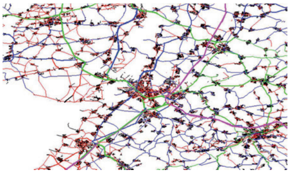
Finding such an optimal sequence happens to be as complex as deciding if a graph is Hamiltonian. It is therefore not likely we can do it optimally. This is the time to resort to heuristics, fast algorithms designed to find good solutions.

Before we start looking for that sequence we need to find the distances between all those addresses. Suppose that your navigation system is able to compute the distance between each pair in just one second and that we want to visit 300 addresses. It will take over 24 hours to fill in a full table of addresses. Only after this is done can we start looking for the optimal sequence.

Dijkstra's algorithm cannot be made substantially faster for general graphs. Fortunately graphs that model road networks have very nice properties. A young German mathematician named Dominik Schultes developed the theory of highway hierarchies. Using the same theorems as Dijkstra he could devise a system in which segments of a road network can be classified in a way that guarantees optimal routes to be found in a much faster way than by applying purely Dijkstra's method.



Notice these two figures with different classifications of the same roads around the city of Karlsruhe where Dominik Schultes received his PhD in 2008. The first figure shows road categories as we know them: motorway, national road, and so on. The second shows the categories that satisfy the properties of Dijkstra.



Using the second classification we can compute shortest paths amazingly fast, including full distance tables. Determining our distance table with 300x300 values takes less than 5 seconds with the algorithms of Dr. Schultes.

It is important to note that an algorithm that reasons as we do with our street guide, i.e. use motorways as much as possible to cover long distances, would probably be fast but seldom optimal. Our daily experience with navigation systems may surprise us with occasional routes that appear to be possible to improve. This does not apply to the routes found by the method of Dr. Schultes since those are always optimal.

Obviously if we want to obtain the travel time along the route then we must assume that the estimated speed is correct and no traffic jams occur. Suppose now that we want to consider congestion trends, such as those roads known to be slower at rush hours. Then the travel time between address A and B depends on the departure time from A and therefore on the order of stops made. The problem can no longer be solved in two separate phases: first, the distance or travel time table and then finding the best sequence.

The same applies to problems where multiple trips are used to distribute a set of orders. Given the allocation of orders to routes one can find the optimal stop sequence per route, despite this being difficult. However, it is not clear how the optimal allocation can be made prior to knowing the route costs. A chicken-or-egg problem, which is typical for the vast majority of business and planning processes.

Decomposition techniques become very useful. Examples include algorithms known as column generation. This powerful framework is based on the assumption that the total cost of a solution is the sum of its parts, what is generally true for our vehicle routes, provided that they are independent of each other.

A recent algorithmic framework is due to be published by the prestigious SIAM Journal on Optimization. This so-called Maximum Block Improvement enables much more realistic combinations of optimization models than those possible to tackle by column generation, while guaranteeing convergence to a local optimum.

Such powerful and often modern techniques are important to my research and appear regularly in my teaching. For example, I let my second year undergraduates design and implement column generation algorithms and test with benchmark examples. Just like the proving of the pudding is in the eating, theory consolidates by doing. This challenging assignments work well, and make it possible to go much further in subsequent graduation years, mastering ever more powerful theories.

I hope that you got an idea of what applied optimization is: it is based on theories that emerged from practical questions. Alongside with graph theory is Linear Programming one such theory with its own algorithmic technology. It emerged during World War II to plan complex military operations. This also explains the name of the field: Operations Research.

Of all the solvers available to solve linear programs (including a more difficult variation where some decision variables must take integer values) CPLEX ™ has managed to stand out as the best. This program was written by the American professor Robbert E. Bixby. Theory and practice in one person. CPLEX has for long time faced no serious threat until the recent appearance of Gurobi ™, made by… Robbert Bixby after he decided to leave CPLEX to its new owner, IBM. Excellence in the field seems to largely depend upon individual talent, which is not surprising, because Operations Research is based on several scarce skills.

I notice that many Operations Research students imagine their role as devising models for someone else to apply. Such a separation between theory and practice is a myth: theory and practice are two sides of same medal. An important role of a professor is to eliminate such myths and misconceptions.

A university education can be seen as an algorithm aiming at developing knowledge, competencies and skills on the students. A Bachelor program takes 3 years and may be followed by a Master program which takes 2 years at the Department of Econometrics. Per year, the students should in my view be able to:

1. Understand the major theories of Operations Research including the proofs of important theorems. They must also be able to prove theorems themselves, and devise algorithms from constructive proofs which they should also be able to program.
2. Design and implement algorithms for mixed models, for example based on column generation, using existing solvers. This requires understanding the theory of various decomposition thechniques, with emphasis on the conditions that are necessary for optimality.
3. Choose from different decomposition thechniques based on the properties of the model.
4. Evaluate the scalability and flexibility of models and algorithms to accommodate changes in the business requirements and make the right choices.
5. Manage a full process starting from translating business requirements into clear concepts, chose the model domain – determining the architecture of the solution –, design the model in detail, build the algorithm and ending with the practical application of the solutions fond.

This is the theory, and no doupt that it will face practical difficulties…

Let me now tell you something about myself. I was born and raised in Portugal. I received my Master in Science degree on Statistics and Operations Research from the Universidade de Lisboa.

Then I became one of the last PhD students of Professor Alexander Rinnooy Kan and profited from his inspiring leadership acquiring my Doctor degree at the Erasmus University Rotterdam in January 1995.

After being back to the Universidade de Lisboa as Assistant Professor for almost two years I eventually returned to the Netherlands 15 years ago to join my girlfriend, now my wife, and ORTEC.

ORTEC is a unique company applying solid theories to create computer systems able to optimize diverse business processes. There I lead a research and development department with a substantial proportion of part-time academics who are active in universities, many of them with a doctor's degree in a relevant field.

I have been part of the board of the Dutch Society for Operations Research, I maintain a wide research network (my co-authors are in 3 of the 5 continents) and I am part-time affiliated to the VU University for almost 10 years. I am presently part of an academic accreditation committee visiting several universities in Belgium. As an important activity bridging theory and practice I am also the editor in chief of STAtOR, the magazine of the Statistics and Operations Research Society of the Netherlands.

I cannot end this speech without thanking a few people. I start with my parents, Maria Luíza and Joaquim, it cannot be otherwise, since I started in their midst. They are my first and most devoted supervisors and mentors, both in theory and practice. And they have provided me with everything that I could build upon.

Then my dear wife, Marlies. I continue to learn much from her and receive unconditional love even when I am so busy that I neglect giving her the attention she deserves. And she has given me the most valuable gift I ever received, our dear daughter Tina Luíza. A miracle that humbles me every moment of the day.

I also want to express my gratitude to both institutions that share me; ORTEC and the VU University, for their continuous stream of theoretical and practical challenges enabling me to continuing to advance both in theory and in practice. Hereby I thank, although not by name, all those close colleagues that allow me to be the absentminded professor that I have become.

Finally, I thank the Lord God for all the opportunities He has placed on my path and for the ability to explore so many of them. To the Lord I ask only enough wisdom to make choices, I'm too inclined to wanting to do everything.

I have spoken.

**Prática \ teoria = confusão**

*Prática sem teoria dá confusão*

*prof.dr. Joaquim António dos Santos Gromicho*

*Tradução da oração de sapiência proferida em Holandês em aceitação do cargo de professor catedrático de Optimização Aplicada em Investigação Operacional sob a chancelaria da Stichting Het Vrije Universiteitsfonds na Faculdade de Economia e Gestão de Empresas da Universidade VU em Amsterdão a 17 de Novembro de 2011.*

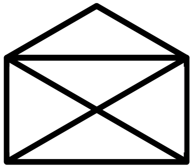
*vrije* Universiteit *amsterdam*

Excelentíssimo Senhor Reitor, estimada audiência

Por meio desse discurso, envolvido pela presença de todos vós, aceito oficial e publicamente o cargo de professor da cátedra de Optimização Aplicada em Investigação Operacional realizada sob os auspícios da Stichting Het Vrije Universiteitsfonds.

Esta cerimónia oferece-me a oportunidade de descrever, durante três quartos de hora, a minha visão da área em que trabalho, e em particular a minha cátedra. Veremos que resulta numa combinação de modelos, demonstrações e algoritmos. Vou tentar explicar o que cada um destes termos significa. Também revelarei algo sobre a minha pessoa.

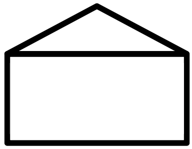
O nome da cátedra que agora passo a ocupar pode levar a supor que eu aplico a matemática para encontrar decisões óptimas. Se é isso que espera, está bastante certo.



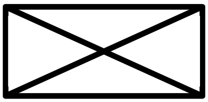
Uma boa combinação de teoria e prática é fundamental.

Para explicar o que quero dizer, começo por o convidar a regressar à sua infância e pensar num quebra-cabeças que lhe deve ser familiar: desenhe um envelope, como este, sem levantar a caneta do papel e sem repetir linhas.

Certamente que vai conseguir, como certamente que o fez anos antes.



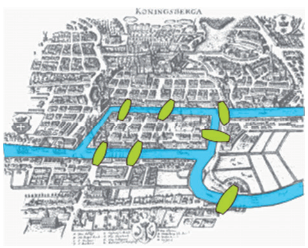
Talvez lhe surpreenda saber que este é um exemplo de um quebra-cabeças matemático bastante importante na minha área de especialização. Permita-me, desde já, colocar uma questão: acha que a forma como o envelope é desenhado influencia a capacidade de resolver o enigma?



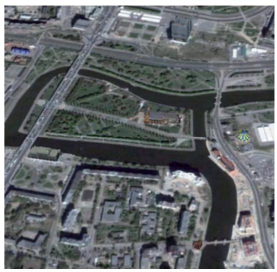
Pode desenhar um envelope fechado como este? Ou um envelope onde as linhas de cola não são visíveis? Por que sim ou por que não? E podemos saber com antecedência se uma figura pode ser desenhada desta forma?

Em breve responderei a todas estas perguntas, usando o poder mágico da matemática.

Mas, primeiro, uma história ainda mais antiga.




Vamos recuar mais do que a sua juventude. Desta vez para a cidade báltica de Konigsberg (hoje Kaliningrad), no século XVIII. A nobreza daquela cidade tinha um passatempo favorito: descobrir um passeio que atravessasse cada ponte sobre o rio Pregel exactamente uma vez.



Uma vez que não estamos em Kaliningrad, mas em Amsterdão, não podemos simplesmente sair para resolver este enigma. Poderíamos, no entanto, tentar simular o passeio com uma caneta e um mapa da cidade. Deverá ser evidente que é o mesmo tipo de questão do quebra-cabeças do envelope.

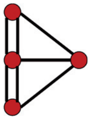
Suponha agora que é um carteiro. Nesse caso, gostaria de encontrar percursos em que cada rua para a qual tem correio seja percorrida exactamente uma vez.

Questões práticas de importância variável. Felizmente, existe uma teoria sólida e satisfatória para lhes dar resposta. Esta teoria foi criada em resposta à questão de saber se cada uma das sete pontes de Königsberg poderia ser atravessada exactamente uma vez durante um passeio.

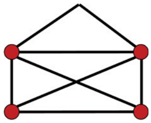
O matemático suíço Leonhard Euler decidiu responder a essa pergunta, e em 1736 ele assim fez, mas fez muito mais do que isso.

Com elegância e simplicidade, ele formulou e demonstrou um teorema. Mas primeiro precisava de algo: um modelo. Como modelo não me refiro às pessoas bonitas que ajudam a vender as revistas de moda, mas às elegantes abstracções que possibilitam a aplicação da matemática à realidade.

O modelo em questão é chamado um grafo. Um grafo é uma colecção de linhas e pontos. As linhas ligam os pontos, cada linha une dois pontos. As linhas são chamadas arestas e os pontos os nós do grafo.



Nós podemos facilmente representar as sete pontes de Königsberg e o envelope de nossa infância como grafos. A nossa tarefa é agora encontrar um caminho que use todas as arestas, cada uma delas precisamente uma vez.



O teorema de Euler diz: *dado um grafo conexo, existe um passeio Euleriano se e somente se o número de nós de grau impar é 0 ou 2. Se este número for 0, então o passeio tem o mesmo nó inicial e final, tornando-se um circuito*.

O que é dito acima é apenas uma conjectura até que seja demonstrada, só então se torna um teorema. Isso é exactamente o que vamos fazer agora.

Pense num passeio pelo grafo. Começamos num nó, tomamos uma das arestas que nos leva ao nó seguinte. Uma vez lá tomamos uma nova aresta para continuar, e assim por diante. Os nós que visitamos pertencem a uma de três categorias: ou se trata do primeiro nó, de um nó intermédio ou do último. Chegamos a cada nó intermédio por uma aresta e saímos por outra, de onde se segue que o número de arestas a tocar esse nó (o seu grau) deve ser um múltiplo de 2, ou seja um número par. Somente dois nós, o primeiro e o último, têm um grau ímpar, já que deixamos o primeiro por uma aresta que não é compensada por outra em que lá chegamos e ao último chegamos por uma aresta sem voltar a sair. Se os primeiro e último nós coincidem, então não há diferença entre estes e os nós intermediários e todos devem ter grau par.

Esta parte da prova pressupõe a existência de um caminho Euleriano. Provando assim a parte "somente se" do teorema. Resta provar que se o grafo respeitar o teorema então um tal caminho de facto existe. Para simplificar, combinaremos ambos os casos ao acrescentar, no caso de dois nós com grau ímpar, uma nova aresta ligando-os directamente. Após encontrarmos um ciclo ao remover esta aresta resulta um caminho que começa num dos dois nós e termina no outro.

Escolha um nó para começar. Tome uma aresta e continue até usar todas as arestas ou retornar ao nó inicial sem ter mais arestas para de lá sair. Um destes casos ocorre necessariamente devido às premissas sobre o grafo. Se todas as arestas forem usadas terminou. Se não, tome um dos nós visitados com arestas ainda não utilizadas e comece de novo a partir dele. Repita até que todas as arestas sejam usadas. Agora é fácil juntar os ciclos encontrados até formar um circuito único.

Talvez concorde que algo de mágico aconteceu: ao contar as arestas incidentes em cada nó e lembrar quantos nós foram encontrados com grau ímpar pode saber se um grafo é Euleriano. Um efeito colateral é a imortalidade do nome: tais grafos, caminhos e circuitos são agora e para sempre conhecidos como Eulerianos.

Há mais maravilhas para ver. Este teorema marca o início da teoria dos grafos. Esta teoria inclui agora centenas de teoremas. Além disso, todos os programas universitários de respeito que ensinam Investigação Operacional incluem pelo menos uma introdução à teoria dos grafos.

É notável que o teorema forneça um teste simples para um grafo ser Euleriano sem a necessidade de uma solução ser encontrada. No entanto, a prova revela um algoritmo eficiente para encontrar uma solução quando esta existe. Trata-se de uma prova construtiva.

Note que as regras destes puzzles agora são claras. Isto torna possível ir ainda mais longe: encontrar a forma mais barata de se transformar em Euleriano um grafo que o não é. Isto é necessário para o nosso carteiro, tendo a infelicidade de entregar correio num grafo não Euleriano, encontre a sua rota óptima.

Tome os nossos dois grafos. O que representa as sete pontes não é Euleriano porque cada um dos 4 nós tem grau impar. No entanto o grafo que representa o envelope é Euleriano uma vez que 2 dos 4 nós têm grau ímpar. Vemos também que basta acrescentar uma nova aresta para o grafo das pontes se tornar Euleriano. Ao escolher a aresta com o menor custo resolvemos o problema do carteiro. Se pretendermos um circuito em vez de um caminho basta adicionar outra aresta.

Encontrar essas arestas extra com o menor custo total é sempre possível, e nós sabemos como, graças às teorias de um matemático contemporâneo, o canadiano Jack Edmonds. Ele nos ensinou como resolver problemas de emparelhamento.

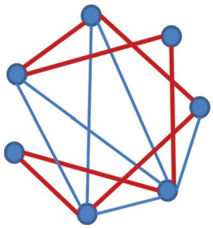
Graças à teoria dos grafos de Leonhard Euler e a um famoso matemático holandês, Edsger Dijkstra, temos aparelhos ao nosso dispor que substituem os mapas das estradas: os sistemas de navegação. Estes dispositivos inteligentes resolvem um problema matemático cada vez que os usamos, o problema do caminho mais curto.

Eles fazem isso com um algoritmo, o algoritmo de Dijkstra, que é também o resultado de uma prova construtiva de um teorema.

Rotas de carteiro e caminhos mais curtos são agora simples para cada um de nós ... dois problemas muito práticos são resolvidos optimamente graças a uma teoria sólida matemática.

Há também problemas de optimização que a teoria existente não pode resolver de forma satisfatória.

Suponha agora que o nosso objectivo é visitar cada nó exactamente uma vez. Isso é importante para os vendedores ambulantes e, por isso, este problema é hoje conhecido como o problema do caixeiro viajante.



O problema que consiste em decidir se um grafo permite encontrar um caminho que visite todos os vértices apaixonou um matemático do século XIX: o irlandês Sir William Hamilton.

Também o seu nome foi imortalizado na teoria dos grafos: um grafo é chamado Hamiltoniano se existe um passeio por todos os nós. Infelizmente, essa pergunta não recebeu até hoje uma resposta tão satisfatória como no caso de Euler.
A humanidade não conhece um teste eficiente capaz de nos dizer com certeza se um dado grafo é Hamiltoniano. O mesmo se pode dizer sobre o encontrar um caminho ou ciclo Hamiltoniano se ele existir.

O que a Matemática pode provar é que existe uma grande classe, em constante crescimento, de problemas que são tão difíceis como este. E todos eles parecem ser mais difíceis do que os problemas com que começámos esta palestra. O Instituto Clay de Matemática, nos Estados Unidos da América, ofereceu um prémio de um milhão de dólares a quem prove que as duas classes são iguais (o que significaria que existe um teste eficaz para verificar se um grafo é Hamiltoniano, nós é que ainda não o descobrimos) ou não (o que significa que nenhum programa pode ser escrito que garanta executar essa verificação num computador numa quantidade de tempo que estejamos dispostos a esperar).

Um total de sete prémios de um milhão de dólares Americanos foi oferecido no início do milénio a quem resolva alguma das sete questões em aberto na matemática que foram escolhidas por este instituto. O russo Grigoriy Perelman resolveu recentemente uma das sete - a conjectura de Poincaré. Os outros seis prémios permanecem ainda por atribuir.

É precisamente devido ao facto de estes dois tipos de problemas terem complexidades aparentemente diferentes, que podemos fazer compras descansados pela Internet. Se o seu navegador mostrar o conhecido ícone do cadeado fechado anunciando uma ligação segura com o computador do seu parceiro comercial, isso decorre de os dois programas partilharem uma solução para um enigma que ninguém (com o conhecimento actual de matemática) será capaz de encontrar em um curto período de tempo. Caso contrário, os dados do seu cartão de crédito seriam vulneráveis aos olhos de outrem.

Qualquer aluno de Investigação Operacional é capaz de resolver enigmas matemáticos, como os que vimos hoje, desde que eles apareçam em forma pura.

No entanto, a prática é menos “pura”. Por esse motivo, o Departamento de Econometria tem três cátedras relacionados que trabalham juntas para formar alunos de Econometria e Investigação Operacional com teorias sólidos e capazes de lidar com problemas práticos.

Central está a cátedra em Investigação Operacional do Prof Dr. Stougie. Ele também é especialista na teoria da complexidade que está por trás do problema do milénio que mencionamos antes.

O fato de que as empresas em geral, combinam vários problemas complexos é central para a Cátedra de Econometria Empresarial do Prof Dr. Timmer.

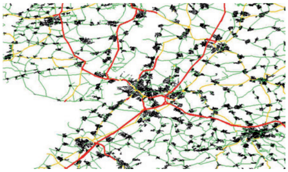
A minha cátedra toma por base as teorias de Investigação Operacional (que incluem muito mais do que apenas grafos) e foca-se em técnicas capazes de lidar com os problemas reais. Juntamente com as referidas cátedras de Investigação Operacional e Econometria Empresarial a minha cátedra proporciona aos nossos alunos fundamentos que os habilitam a aplicar técnicas de optimização de Investigação Operacional na prática.

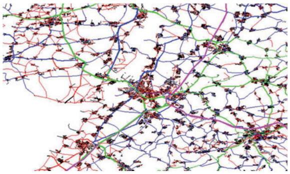
Considere agora um conjunto de endereços que um serviço de entrega de encomendas deve visitar. Estamos interessados na sequência de endereços que produz a menor distância percorrida.

Encontrar estas sequências acaba por ser tão complexo como decidir se um grafo é Hamiltoniano. Portanto, não é provável que nós possamos fazer isso de forma óptima. Este é o momento de recorrer a heurísticas - algoritmos rápidos projectados para encontrar boas soluções.

Antes de começar a procurar esta sequência, precisamos de dispor das distâncias entre todos os endereços. Suponha que seu sistema de navegação é capaz de calcular a distância entre cada par em apenas um segundo e que queremos visitar 300 endereços. Decorre que levará mais de 24 horas para preencher uma tabela completa de endereços. Somente após isso ser feito é que podemos começar a procurar a sequência óptima.

O algoritmo de Dijkstra não pode ser acelerado substancialmente para grafos gerais. Felizmente os grafos que modelam redes rodoviárias têm propriedades muito boas. Um jovem matemático alemão chamado Dominik Schultes desenvolveu a teoria das hierarquias rodoviárias. Usando os mesmos teoremas que Dijkstra encontrou e demonstrou ele pôde conceber um sistema em que os segmentos de uma rede rodoviária são classificados de uma forma que garante que os caminhos mais curtos podem ser encontrados de uma maneira muito mais rápida do que através da aplicação puramente do método de Dijkstra.





Observe estas duas figuras com diferentes classificações das estradas ao redor da cidade de Karlsruhe, onde Dominik Schultes recebeu seu doutoramento em 2008. A da esquerda mostra categorias de estradas como as conhecemos: auto-estrada, estrada nacional, e assim por diante. A da direita mostra as categorias que satisfazem as propriedades de Dijkstra. Usando esta segunda classificação podemos calcular os caminhos mais curtos de forma incrivelmente rápida, incluindo tabelas de distâncias. Com os algoritmos de Dr. Schultes a nossa tabela de distância com 300x300 valores leva menos de 5 segundos a ser calculada.

É importante notar que um algoritmo que busque uma rota como nós fazemos com o nosso antiquado mapa de estradas (ou seja, usar auto-estradas, tanto quanto possível para cobrir longas distâncias) provavelmente seria rápido, mas raramente óptimo. A nossa experiência diária com os sistemas de navegação pode ocasionalmente surpreender-nos com rotas que parece ser possível de melhorar. Isto não se aplica às rotas encontrados pelo método do Dr. Schultes, as quais são sempre óptimas.

Obviamente, se quisermos obter o tempo de viagem ao longo da rota, então temos de assumir que a velocidade estimada é correcta e que não ocorrem engarrafamentos. Suponha agora que queremos considerar as tendências de congestionamento, como por exemplo certas estradas e ruas que se sabe serem mais lentas nas horas de ponta. Então o tempo de viagem entre dois endereços A e B depende do horário de partida de A e, portanto, da ordem pela qual a rota é percorrida. O problema já não pode ser resolvido em duas fases distintas: primeiro, a tabela de distâncias ou tempo de viagem e, em seguida, a procura da melhor sequência.

Uma nova interdependência surge em problemas onde várias rotas são usados para distribuir um conjunto de ordens. Dada a alocação de ordens às rotas pode-se encontrar a sequência ideal por rota, apesar de isto ser difícil. No entanto, não é claro como encontrar esta alocação óptima sem, antes disso, saber os custos das rotas. Um ciclo vicioso, que é típico para a grande maioria dos processos de planeamento práticos.

Técnicas de decomposição tornam-se muito úteis. Exemplos destas são os algoritmos de geração de colunas. Esta ideia poderosa é baseada na suposição de que o custo total de uma solução é a soma de suas partes, o que geralmente é verdade para as nossas rotas de veículos, desde que estas sejam independentes umas das outras.

Um desenvolvimento recente está prestes a ser publicado pelo prestigioso *SIAM Journal on Optimization*. Esta técnica, chamada Melhoria Máxima de Bloco, permite combinações muito mais realistas do que os modelos de optimização que podem ser resolvidos por geração de colunas, garantindo no mínimo convergência para um óptimo local.

Tais técnicas poderosas e muitas vezes modernas são importantes para minha pesquisa e aparecem regularmente nas minhas aulas. Por exemplo, eu peço aos meus alunos no segundo ano para projectar e implementar algoritmos de geração de colunas e os testar com exemplos de referência. Isto funciona bem, e faz com que seja possível ir muito mais longe nos anos subsequentes levando-os a dominar teorias cada vez mais poderosas. A teoria adquire-se pela prática.

Espero ter-lhe dado uma ideia do que é a optimização aplicada: baseada em teorias que surgiram para resolver questões práticas. Para além da teoria dos grafos também a Programação Linear é um exemplo de uma teoria importante com sua própria tecnologia de algoritmos. Esta surgiu durante a Segunda Guerra Mundial para planear operações militares complexas. Isso também explica o seu nome: Investigação Operacional.

De entre todos os pacotes disponíveis para resolver programas lineares (incluindo uma variação mais difícil onde algumas variáveis de decisão devem tomar apenas valores inteiros) o CPLEX ™ conseguiu se destacar como o melhor. Este programa foi escrito pelo professor americano Robbert E. Bixby. Teoria e prática numa só uma pessoa. O CPLEX manteve-se muito tempo sem enfrentar uma ameaça séria até o aparecimento recente do Gurobi ™, feito por... Robbert Bixby depois de este deixar o CPLEX entregue ao seu novo proprietário, a IBM. Excelência neste campo parece em grande parte depender de talentos individuais, o que não deve surpreender, uma vez que a Investigação Operacional se baseia em diversas competências que mesmo tomadas isoladamente são escassas.

Eu noto que diversos estudantes de Investigação Operacional imaginam o seu papel em conceber modelos que serão implementados por outras pessoas. Tal separação entre teoria e prática é um mito: teoria e prática são duas faces da mesma moeda. Um papel importante de um professor consite em desmistificar tais equivocos.

A educação universitária pode ser vista como um algoritmo tendo com objetivo desenvolver conhecimentos, competências e habilidades nos alunos. Um programa de bacharelado leva 3 anos e pode ser seguido por um programa de mestrado que leva 2 anos no Departamento de Econometria. Por ano, os alunos deverão, na minha opinião, ser capazes de:

1. Compreender as principais teorias de Investigacão Operacional, incluindo as provas de teoremas importantes. Eles também devem ser capazes de provar teoremas e deduzir algoritmos a partir de provas construtivas que também devem ser capazes de programar.
2. Projetar e implementar algoritmos para modelos mistos, por exemplo, com base na geração de colunas, usando componentes existente. Isto requer a compreensão de diversas teorias de decomposição, com destaque para as condições que são necessárias para otimalidade.
3. Escolha a partir de diferentes técnicas de decomposição com base nas propriedades do modelo.

4. Avaliar a escalabilidade e flexibilidade de modelos e algoritmos para acomodar mudanças nos processos modelados e fazer as escolhas certas.
5. Percorrer um caminho completo partindo da tradução de requisitos em conceitos claros, passando pela escolha do domínio do modelo - determinando a arquitetura da solução – e o desenho detalhado do modelo seguindo-se a implementação do algoritmo de resolução e terminando com a aplicação das soluções na prática.

Esta é a teoria, certamente que se vai deparar com dificuldades de ordem prática...

Agora algo sobre mim mesmo. Eu nasci e cresci em Portugal. Obtive o meu Mestrado em Estatística e Investigação Operacional na Universidade de Lisboa. Depois tornei-me num dos últimos doutorandos do Professor Alexander Rinnooy Kan e beneficiei imenso da sua inspiradora liderança e supervisão. Obtive o meu grau de Doutor na Universidade Erasmus de Roterdão, em Janeiro de 1995 e regressei à Universidade de Lisboa tendo sido Professor Auxiliar durante quase dois anos. Finalmente regressei à Holanda há 15 anos para me juntar à minha namorada, agora minha esposa, e à ORTEC.

A ORTEC é uma empresa única que se salienta na aplicação de sólidas teorias para criar sistemas informáticos capazes de optimizar diversos processos. Eu chefio o departamento de investigação e desenvolvimento, que inclui uma substancial proporção de académicos em tempo parcial, afiliados a diversas universidades, muitos deles doutorados.

Fiz parte da direcção da Sociedade Holandesa de Investigação Operacional e mantenho uma rede ampla de colaboração (os meus co-autores residem em 3 dos 5 continentes) e estou afiliado em tempo parcial à Universidade VU desde há cerca de 10 anos. Actualmente, faço parte de um comité de acreditação académica que visita várias universidades na Bélgica. Preenchendo uma importante actividade de ligação entre a teoria e a prática como chefe de redacção da STAtOR, a revista da Associação de Estatística e Investigação Operacional dos Países Baixos.

Não posso terminar este discurso sem agradecer a algumas pessoas. Tenho que começar pelos meus pais, Maria Luíza e Joaquim, uma vez que tudo se iniciou com eles. Eles são os meus primeiros e mais devotos supervisores e mentores, tanto na teoria como na prática. E deles recebi as bases que me permitiram fundear o meu desenvolvimento subsequente.

Segue-se a minha querida esposa, Marlies. Eu continuo a aprender muito com ela e a receber amor incondicional, mesmo quando eu estou tão ocupado que negligencio a atenção que ela merece. Ela me deu o presente mais valioso que já recebi: a nossa querida filha Tina Luíza. Um milagre que me faz constantemente sentir humilde.

Também quero expressar minha gratidão a ambas as instituições que me partilham, a ORTEC e a Universidade VU, pelo seu fluxo contínuo de desafios teóricos e práticos que me permitem continuar a evoluir. Agradeço, por este meio, embora não pelo nome, todos aqueles colegas mais próximos que me permitem ser o professor distraído que me tornei.

Finalmente, agradeço a Deus Nosso Senhor por todas as oportunidades que Ele tem colocado no meu caminho e pela capacidade de explorar tantas delas. Ao Senhor peço somente sabedoria suficiente para fazer escolhas, uma vez que eu por natureza estou muito inclinado a querer fazer tudo.

Tenho dito.